절망 속에 찾아온 성공

논리학자들은 어떻게 컴퓨터를 만들게 되었는가

제출일	2013.04.08	**전공**	사회과학대학
과목	컴퓨터과학이 여는 세계	**학번**	2013-
담당교수	이광근	**이름**	서재용

서론

컴퓨터의 발명, 아니 발견이라 해야할지도 모르는 사건은 괴델이 수많은 논리학자들의 흐름을 이어받아서 그 꿈을 무너뜨릴 때 까지도 예측하기 힘든 사건이였다. 이전에도 그런 기계에 대한 상상은 존재했을지 모르나 구체적인 현실로는 처음 나타나게 된 것이다. 이 글에서는 논리학자들이 만들려고 했던 이상과 그것이 무너진 과정, 그리고 그 무너짐을 확증하는 과정에서 예기치 않게 일어난 불완전한 꿈의 성취를 살펴볼 것이다.

본론

1. 막연하기만 했던 꿈

17세기 미적분의 저작권을 놓고 무의미한 싸움을 계속하고 있을 때 조차, 라이프니츠는 새로운 구상을 하고 있었다. 그가 만든 미적분이 기호들을 기계적으로 다루어 결과를 이끌어 낼 수 있는 것처럼, 인간 이성이 하는 일도 기호로 전환하여 특정한 연역 체계를 만들어 냄을 통해 ‘기계적’으로 하게 만들 수 있지 않을까 생각하게 된 것이다. 비록 그가 살던 시기에는 불가능에 가까운 일이였지만 라이프니츠는 자신의 구상을 실현시키기 위해 자기 나름대로의 기초적인 기호 체계를 만들기 시작했다. 비록 그의 처지가 그 ‘추론 계산법’에 많은 시간을 투자할 수 없게 만들었진만, 초보적인 수리 논리학의 체계를 만들게 된다.

그 뒤로 수많은 시간 동안 라이프니츠의 꿈은 잊혀졌고, 그의 논리 체계또한 관심을 오랫동안 받지 못했다. 그리고 19세기에 이르러서야, 조지 불에 의하여 수리 논리학은 관 속에서 꺼내지게 된다. 비록 불이 라이프니츠가 그러한 연구를 했던 것을 모르고 있었다 해도, 불과 라이프니츠의 연구는 사고 체계를 기호로 표현하려는 공통의 목표를 가지고 있었다. 불이 라이프니츠에서 더 앞으로 나간 부분은 라이프니츠가 그저 막연하게 상상만 했던 기호체계를 넘어, 기호체계를 수학적으로 표현할 수 있게 만들었다는 것이다. 이 업적을 통하여 수리 논리학이라는 분야가 수학의 한 분과로서 연구될 수 있게 만들었고, 이는 그 뒤의 수많은 수리 논리학자들이 나타날 수 있는 토대를 만들었다.

그러나 불의 대수 논리 체계도 여전히 수학에서 쓰는 연역적 추론을 모두 포괄하지는 못했다. 이는 그의 뒤를 이어 나타난 프레게에 의해 이루어 지게 된다. 프레게의 논리 체계는 불보다 훨씬 정교한 기호들로 이루어져 있었으며, 원칙적으로는 수학에서 쓰는 연역적 추론을 모두 포함할 수 있었다. 그는 이를 통해 논리학이 수학의 굳건한 토대가 될 수 있게 되기를 원했다. 하지만 그의 업적은 라이프니츠가 제기한 꿈을 성취하지는 못했다. 기호 체계를 통해 인간의 이성을 어느정도 표현해 내는데는 성공했지만, 라이프니츠가 미적분 기호를 통한 연산에서 상상했듯이, 기호를 아는 사람이 ‘기계적’으로 결과를 이끌어 내는 기호가 되지는 못했기 때문이다.

2. 손만 뻗으면 잡을 수 있을것같은…

어찌됐든 프레게가 만들어낸 언어를 통하여 수리 논리학자들은 라이프니츠의 모든 과학, 철학의 명제들을 표현해낼 수 있는 언어라는 구상에는 미치지 못하지만 최소한 수학적 내용은 표현할 수 있는 언어를 가지게 되었다. 이제 적절한 연역적 규칙들을 찾아내는 것만으로 수학적 명제를 자동으로 증명하는 체계를 만들어 낼 수 있을 것처럼 보였다.

이러한 일이 가능함을 보이기 위하여 힐베르트는 그의 '프로그램'을 구상하기 시작한다. 즉, 주어진 공리 체계 내에서 그 체계 내에 표현될 수 있는 모든 명제를 모순 없이 참 또는 거짓이라 증명해 낼 수 있다는 것을 증명해 내는 것이였다. 이것이 증명된다면, 논리학자들이 연역 체계를 만들어내는 것으로 모든 명제를 증명할 수 있게 될 수 있다는 보증을 하게 되는 것이였고, 남은건 그저 적절한 체계를 만들기만 하면 되는 것이였다.

이를 증명하기 위해 힐베르트는 우선 유클리드 기하학의 무모순성을 산술의 무모순성으로 환원하는 것과 같은 일들로 시작했다. 즉, 산술의 공리들에 대한 무모순성만 증명된다면 유클리드 기하학의 공리들에 대한 무모순성이 증명 되는것이였다. 이러한 환원의 과정을 통하여 힐베르트는 무모순성의 증명 문제를 단순화 하였고, 최종적으로 남은 것은 실수 산술의 무모순성이었다. 이 과정에서 반대측에 선 수학자들은 무모순성 증명에 의존하여 무모순성을 증명을 한다면, 이는 의미없는 일이라고 비판하였고, 이 비판을 넘어서기 위하여 힐베르트는 유한의 방법들, 즉 반대편의 수학자들이 인정하는 방법들을 통하여 무모순성을 증명하려는 시도를 하게 되고, 이를 위해 수학자들과 활발히 만나면서 논의를 하게 된다. 그러나 그 결과는 힐베르트가 전혀 기대하지 않았던 것으로 나타나게 된다.

3. 절벽에 부딪히다

힐베르트는 그의 프로그램을 완성하기 위해, 비록 역설적이게도 불완전성의 정리의 증명에 이용되지만, 타당한 모든 추론에서 전제가 참인 진술이라면 논리식의 결론이 참이 된다는 명제의 증명을 요구했다. 이 문제를 그 당시 젊은 괴델이 풀어내게 된다.

그러면서 괴델은 무모순성의 증명에 대한 연구로 돌아오게 된다. 이 시기에 힐베르트의 프로그램은 거의 완성에 다가가고 있는 것처럼 보였다. 그당시 알려진 공리 체계의 제한된 하위 체계에 대해서는 무모순성을 증명하는데 성공했고 단지 기술적 어려움만 남아있다고 생각했던 것이다. 이때 괴델은 연구 대상이던 체계의 무모순성으로 실수 산술의 무모순성 체계를 확증하기 위하여 한번 더 환원을 할 것을 계획했다. 그러나 그 도중에 그가 밝혀낸 것은 무모순성을 증명하는 것이 불가능 하다는 것 뿐이었다.

우선 괴델은 초수학의 체계들을 수학 내부로 끌어들이기 위하여 후에 튜링도 사용하게 될 방법을 사용한다. 기호들을 숫자로 나타내기로 한 것이다. 이를 통해 괴델은 다양한 표현들을 부호화 할 수 있게 되었고 이는 초수학적인 문제를 다룰 수 있게 하였다.

이 방법을 통하여 괴델은 1차적으로 체계 내부에 그 체계의 공리들만으로 증명하거나 반증할 수 없는 명제가 있음을 보였다. 힐베르트가 구상한 프로그램, 더 나아가 라

이프니츠의 꿈이었던 기호를 통한 자동적인 계산으로 알 수 있는 명제에 한계가 있음을 보인 것이다. 그에 더해 괴델은 추가적으로 명제가 타당하고 전제가 증명된다면 결론도 증명 가능해야함을 통해 힐베르트 프로그램이 요구했던 최소한의 과제인 체계의 무모순성 또한 무너뜨리기에 이른다.

그래도 이때까지는 수학자들이 변명할 수 있는 여지가 있었다. 괴델의 증명이 극도로 추상적인 명제에 의한 것이니만큼 실제적인 수학의 명제들에 있어서는 효력이 없을 것이라고 주장할 수 있었던 것이다. 그러나 괴델이 칸토어가 제시한 연속체 가설이 반증 불가능함을 알아내고 후에 폴 코헨이 연속체 가설의 증명 불가능성을 밝혀냄에 의해 실제적인 수학적 문제도 결정이 불가능 할 수 있음을 알아내게 된다. 라이프니츠의 꿈이, 최소한 엄밀한 의미에서, 부서진 것이다.

4. 예기치 않은 부산물

그러나 라이프니츠의 꿈이 완전히 무의미하게 사라진 것은 아니었다. 수리 논리학의 발전된 체계들은 여전히 의미 있는 형태로 남아있었고, 이는 여전히 수학 연구의 도구로 쓰여 질 수 있었으며, '기계적'으로 할 수 있는 것의 한계가 분명히 드러나게 되었지만, '기계적'으로 할 수 있는 일이 분명히 있음 또한 분명했다.

괴델은 완전성과 무모순성의 가정에 따르는 모순을 통하여 불완전성과 무모순성의 증명 불가능성을 증명해 냈지만, 튜링은 기계적인 과정이라는 것을 현실적인 기계장치를 통해 정의함으로써 기계적으로 할 수 없는 일을 증명하려는 계획을 세웠다. 프레게가 할 수 없었던 기호로부터 자동으로 결론을 내리게 하는 과정을 가능하게 만들려 한 것이다. 그리고 이 과정에서 태어나게 된 것이 튜링 기계, 최초의 컴퓨터 디자인이라 할 수 있는 것이다.

이 기계를 통해 기계적으로 불가능한 일을 증명하는 과정에서 튜링 또한 칸토어의 대각선 논법을 사용한다. 그러나 이건 이미 증명된 불완전성의 정리가 있으니 그렇게 중요했던 일은 아니고 진정으로 중요했던 일은 보편 만능 기계. 라이프니츠가 꿈꿨던 기호를 통해 자동으로 결론을 내리는 기계가 탄생했다는 것이다. 비록 라이프니츠의 최초의 원대한 구상처럼 모든 문제에 대한 해결을 바랄 수는 없었지만, 최소한 기계적으로 할 수 있는 일은 무엇이든지 라이프니츠가 예상했던 것처럼 기호의 나열만으로 해결 할 수 있는 가능성이 열리게 된 것이다. 사람은 그저 그에 맞는 알고리즘을 짜기만 하면 되는, 라이프니츠가 상상한 보편 기호 체계를 창조해 낼 수 있는 길이 열리게 되었고, 튜링이 이러한 기계를 제안한지 얼마 되지 않아 그 당시 전기 공학의 발달에 힘입어 보편 만능 기계, 현재 컴퓨터라고 부르는 기계가 탄생하게 된다.

결론

수리 논리학자들의 연구가 모두 튜링의 보편 만능 기계라는 목표를 가지고 있었던 것은 아니다. 실제로 수리 논리학자들이 고민 했던 것은 어떻게 수학의 체계를 논리학적으로 정당화 시킬 것인가에 대한 고민이었다. 그러나 결과적으로 이들의 고민은 튜리이 보편 만능 기계를 설계하는 것에 결정적인 기여를 하게 되었고, 현재 우리가 사용하는 컴퓨터도 이러한 과정을 통해 태어난 것이다.

튜링의 보편 만능 기계의 발명에 미친 영향들은 크게 두가지로 나누어 볼 수 있다. 첫째는 튜링이 보편 만능 기계를 설계할 생각을 하게 만든 계기가 된 수리 논리학 내에서의 논쟁들이다. 라이프니츠의 꿈에서 시작하여 불과 프레게가 발전시킨 수리 논리학을 이어받은 수학자들의 완전성과 무모순성에 대한 논쟁들이 없었다면 괴델은 불완전성의 정리를 만들어 내지 않았을 것이고 튜링은 그 불완전성 정리를 다른 방식으로 증명하기 위해 노력하지 않았을 것이다. 또 애초에 라이프니츠를 거쳐 불과 프레게가 만들어 낸 수리 논리학 체계가 없었다면 기계적으로 명제를 표현한다는 것이 무엇인가에 대한 생각을 전혀 가지지 않았을 것이고 이는 컴퓨터의 아이디어가 태어나지도 않게 되는 결과를 낳았을 것이다.

둘째는 수학자들의 연구에 따른 실질적인 결과물 들이다. 칸토어가 무한에 대한 탐구를 통해 개발해 낸 대각선 논법이 없었다면 튜링은 보편 만능 기계의 설계를 가지고서도 기계적으로 불가능한 것에 대한 결론을 내릴 수 없었을 것이며 괴델이 기호를 숫자화 하는 아이디어를 내지 못했다면 튜링은 보편 만능 기계에 어떻게 명령어들을 부호화 해서 넣을지를 알 수 없었을 것이다. 이런 업적들이 없었다면 컴퓨터에 대한 아이디어는 훨씬 뒤에 가서야 나왔을 것이고 이는 라이프니츠의 꿈을 불완전하게나마 실현시켜줄 도구가 더 늦게 태어나는 결과를 낳았을 것이다.

수리 논리학자들이 애초에 보편 만능 기계를 염두에 두고 그들의 생각을 발전시켜 나간 것은 결코 아니다. 그들은 자신 앞에 놓여진 과제들을 자신의 방식대로 해결하기 위해 노력했으며, 좋든 나쁘든 그 결과를 본 사람들이다. 이러한 노력들이 모여서 그 각자의 수학자들은 결코 예상하지 못했을 멋진 결과를 탄생시키게 되었고, 라이프니츠의 꿈을 불완전하게나마 이루었고, 더 이상 가계도 정리같은 것에 목 메달지 않아도 되는 세계를 만들어 내게 된 것이다.