언론정보학과
박우정

수학의 역사 위에서 태어난 컴퓨터

《라이프니츠에서 튜링까지- 수학자, 컴퓨터를 만들다》를 읽고
느낀 수학·과학사 교육과 문·이과 통합 교육의 필요성

나는 내가 천재가 아니라는 사실이 가끔 새삼스럽게 괴롭다. 《수학자, 컴퓨터를 만들다》를 읽으며 무한과 초한을 논하는 수학자들에게 완전히 압도당했고, 내가 둔재라는 것을 특히 뼈저리게 실감했다. 나는 따라가며 이해하기도 벅찬 개념을 놓고 칸토어와 동시대 수학자들은 논쟁까지 벌이고 있었던 것이다. 그러나 이 책과 한 달간의 수업을 통해 얻은 것이 있었으니, 바로 '컴퓨터'에 대해 조금씩 알아가면서 넓어지게 된 나의 시야다.

우리나라의 교육체제는 고등학교에서의 '문·이과계열' 구분이 매우 확실하다. 외국어고등학교를 졸업한 나는 과학 교과를 온전히 학습하거나 시간을 충분히 두고 과학적 호기심을 가질 기회가 거의 없었다. 물론 이과도 마찬가지겠지만 과학의 역사나 수학발전의 흐름을 아는 것보다는 문제를 짧은 시간 안에 정확히 많이 푸는 것이 훨씬 중요했다. 문과학생이 학교에서 배울 수 있는 역사는 국사나 근현대사가 전부였고, 윤리와 사상이라는 과목을 제외하고는 '누구의 어떤 생각으로부터 무슨 문제가 촉발됐고 그것을 해결하기 위해 어떤 아이디어가 등장했는지' 식의 추상적 사유의 흐름을 배울 수 없었다. 당연히 이과 학생이 아니었기에 나는 전기나 양자는 물론이고 내가 매일 쓰는 컴퓨터에 대해서도 흥미와 지식이 전무했고, 수학의 역사를 개괄해본적도 없었기에 컴퓨터가 언제 누구에 의해 어느 과정에서 만들어졌는지 알지 못했다. 대학에 진학해서 이공계에 대한 로망과 복수전공 탐색에 대한 열망으로 이 강의를 선택하여 듣기 전까지, 컴퓨터는 내게 오락의 도구이자 리포트를 작성하는 데 필요한 물건, 그저 0과 1이 내가 모르는 방식으로 수없이 나열되어있는 어떤 복잡한 기계일 뿐이었다.

사실 어떠한 학문 영역의 큰 흐름을 따라간다는 것은 새로운 세계 하나를 만나게 되는 것과 같다. 컴퓨터공학과에서 개설한 수업은 첫 시간부터 이해하기가 벅찼지만 3월 중순, 나는 어느새 평소엔 얼씬도 하지 않던 DDC 분류체계 300-400번대 서가에서 열심히 책을 뒤적이고 있는 나 자신을 발견할 수 있었다. 이번 지정도서의 번역자인 박정일이 지은 《튜링&괴델: 추상적 사유의 위대한 힘》이라는 책도 빌려서 함께 읽었는데, 마틴 데이비스의 책을 좀 더 쉽게 이해하는 데 큰 도움이 되었다. '컴퓨터 과학이 여는 세계' 수업이 컴퓨터는 결코 일반인이 이해할 수 없을 정도로 어려운 원리로 이루어진 기계가 아니라는 것을 차근차근 알려주었다면, 이 수업을 통해 읽게 된 책은 컴퓨터가 무려 200년이 넘는 시간 동안 수학자들과 논리학자들의 업적이 쌓여 탄생했다는 것을 말해주었다.

17세기, 라이프니츠는 아리스토텔레스의 고전 논리학에 매료되어 있었다. 그는 공용의 인공수리언어로 만들어진 보편기호체계를 정립하고자 했으며 그 노력의 일환으로 조지 불이 기초로 삼게 되는 $A \oplus A = A$라는 법칙도 세웠다. 그는 인간의 정신활동을 창조적 사고에만 쓸 수 있도록 모든 계산을 대신 해주는 기계를 꿈꿨는데, 당시에는 허무맹랑해 보였던 라이프니츠의 꿈은 후대의 수학자들에 의해 점차 현실로 이루어지게 된다.

그 뒤를 이은 조지 불은 논리를 대수로 표현하면서 기호논리학을 발전시켰다. $xx=x$ 등의 대표적인 법칙을 체계화했으며 일상적인 추론을 우리가 아는 일반적인 수식으로 이끌어냈다. 그는 AND/OR/NOT이라는 스위치를 이용해서 튜링기계 구현의 기본 원리인 불 대수를 만들었다. 불 논리만 알고 있다면 꼭 전기를 이용하지 않더라도 이에 따라 물이나 DNA나 양자 따위를 이용해서 컴퓨터를 만드는 것이 가능하다.

프레게는 라이프니츠의 보편 언어 아이디어에 착상하여 문장논리와 술어논리, 형식구문론을 만들어 논증을 기호화했다. 그러나 그가 논리학을 이용하여 자연수 집합을 설명하려고 했을 때, 버트런드 러셀이 자기지시문장과 비슷한 집합 S={x|x∉x}을 예로 들며 모순을 지적했다. 책의 저자 마틴 데이비스는 예외적 집합(한 집합이 자기 자신의 원소)과 일반적 집합(한 집합이 자기 자신의 원소가 아닌 집합)을 구분하고 the set of all those things that can be defined in fewer than 19 English words라는 집합을 예시로 들면서 '모든 일반적 집합들의 집합인 E는 일반적일까, 예외적일까?'라는 질문을 던졌다. 그리고 어느 쪽 집합을 가정해도 모순에 빠진다는 것을 보였다.

한편, 칸토어는 무한 집합의 크기가 서로 다르다는 것을 밝혔다. 대각선 방법을 사용하여 실수 집합의 원소의 개수가 자연수 집합의 원소의 개수보다 많다는 것을 증명한 것이다. 자연수들로 이루어진 집합을 무한히 만드는데, 각각의 집합의 이름을 자연수로 짓는다고 할 때 해당 집합과 자연수 이름의 포함관계를 고려해 정확히 그 반대로(포함하고 있다면 우리가 만드는 집합에서는 그 자연수를 포함하지 않도록, 포함하고 있지 않다면 포함하도록) 자연수를 집합에 하나씩 포함시키면 기존의 그 어떤 집합과도 항상 다른 새로운 자연수의 집합을 만들 수 있다. 결국 자연수의 집합과 일대일대응을 하는 것은 실수 집합의 "진부분집합"이 된다. 칸토어는 무한집합의 기수를 초한이라고 부르기 시작하며 연속체 가설을 세웠다. 자연수 집합의 기수를 $\aleph_0$이라고 하고 실수 집합의 기수는 C라고 할 때, $C=2^{\aleph_0}$이며 $\aleph_0$과 C 사이에는 아무 기수도 없기 때문에 $C=\aleph_1$이라는 것이다.

칸토어를 계승한 힐베르트는 메타수학 안에서 유한의 방법을 통해 산술의 무모순성을 증명하고자 했다. 그는 수학은 언어 표현이 아니라 수학자들의 직관에 의해 구성된다고 주장하며 힐베르트 프로그램에 깊은 반감을 표시했던 브로우웨르 등과 논쟁을 벌여야 했다.

그러나 힐베르트 프로그램을 무너뜨린 게 있었으니, 괴델의 불완전성 정리다. "한 논리체계가 완전하다"라는 것은 그 체계에서 타당한 논리식이 모두 그 체계에서 증명될 수 있다는 뜻이다. 따라서 어떤 논리식이 한 논리체계에서 타당한데도 불구하고 증명가능하지 않다면 그 논리체계는 불완전하다고 할 수 있다. 하지만 수학체계에서는 참이지만 증명 불가능한 문장이 있었다. 괴델은 대각선 방법과 자기지시모순을 이용해서 수학체계 내에서 증명가능하지 않은 명제가 있음을 보였다. 형식체계 S는 무모순이라고 가정하고, 자기지시문장 H: "이 문장은 형식체계 S에서 증명가능하지 않다."가 있을 때, H가 거짓이라 하면 증명 불가능할 수 없게 되기 때문에 참인데, 이는 가정에 모순이 된다. H가 참이라면 내용에 따라서 형식체계 내에서 증명 가능하지 않다. 따라서 그 부정인 ~H은 거짓이고, 증명 가능하지 않다. 그래서 문장 H는 H와 ~H 둘 다 증명할 수 없는 결정 불가능한 명제이다. 그러나 우리의 외부관점에서 보면 H가 참이라는 것을 알고 있다. 물론 나중에 겐첸에 의해 체계 '외부', 즉 산수에 속하지 않는 방법으로 산수의 무모순성이 증명되기는 했지만[1] 괴델의 이 증명으로 인해 힐베르트 프로그램은 힘을 잃었다.

1) 박정일, 튜링&괴델: 추상적 사유의 위대한 힘, 김영사, 2010, p. 179~180.

힐베르트는 전제에서 유한한 절차를 통해 결론이 유도되게끔 하는 명백한 알고리즘을 찾고 싶어 했으나 튜링은 멈춤문제가 해결불가라는 것을 보임으로써 결정문제에 관한 알고리즘이 없다는 것을 증명했다. 그가 고안한 추상적 개념인 튜링기계는 종이테이프 위에 인간의 계산과정을 그대로 옮겨놓은 5순서열을 따라 움직이는 장치이다. 테이프의 사각형 하나가 1 bit의 메모리라고 할 수 있는데 튜링기계는 입력값에 따라 테이프에 숫자를 쓰며 멈추거나 계속 작동하게 된다. 기계가 멈출지 여부를 미리 결정할 수 있는지가 관건인데, 그것을 알 수 있는 알고리즘이 없다는 게 튜링의 주장이었다. 보편튜링기계는 괴델 수 대응에서 착상한 것으로, 입력값과 프로그램 자체를 동일하게 수치로 파악하는 기계이다. 튜링기계의 부호수와 입력값을 읽으면 모든 튜링기계를 그대로 따라서 계산할 수 있는 이 보편튜링기계를 M이라 하고, 입력값을 d, 튜링기계를 T라고 했을 때 T가 멈추면 M은 1을 쓰면서, T가 영원히 작동하면 M은 0을 쓰면서 멈추도록 디자인한다. T_i들이 멈추게 하는 d값들의 집합을 각각 D_i라고 하면, 대각선 방법을 사용해서 어떤 튜링기계의 멈춤집합이 아닌 집합 D를 항상 만들 수 있다. 그는 결정문제를 해결하는 튜링기계는 없다는 것을 증명했다.

현대 컴퓨터의 모델은 이 보편튜링기계이다. 이것이 폰 노이만의 기계, 에드삭, 에드박으로 진화하였고, 메모리로 쓰일 진공관과 트랜지스터의 발전으로 인해 오늘날 우리가 사용하는 PC에까지 이르게 된 것이다. 오늘날 컴퓨터는 암호문을 처리하고, 유전자 분석을 하고, 일기예보를 한다. 인간과 체스게임을 해서 이기기도 하고 심리학을 연구하기 위해 인간 뇌파를 측정하기도 한다. 튜링의 관념적인 '종이테이프'에서부터 시작한 컴퓨터는 짧은 시간동안 엄청난 속도로 발전했다. 실제로 튜링은 <계산기계와 지능>이라는 논문에서 '튜링 테스트'를 제안하며 컴퓨터가 인간을 속이면 '지능'을 갖고 있는 것이라고 장담했다.[2] 또, 컴퓨터가 계산을 도와주는 단순 도구 이상으로 식물학 등의 영역에서 형태발생학적 속성을 연구하는데 적합한 도구가 될 수 있을 것이라 전망하기도 했다.[3]

이렇게나 다양한 가능성을 품고 있는 컴퓨터는 아직 하드웨어와 소프트웨어 모두 걸어온 길보다 걸어갈 길이 더 많다. 우리는 컴퓨터 하나를 가지고 무한한 상상력을 발휘할 수 있으며 미래에 대한 수많은 형태의 담론을 이끌어낼 수 있다. 늘 미래세계를 논하는 공상과학 영화의 소재가 되는 이 기계는 누군가의 천재적 영감에 의해 하루아침에 만들어진 기계가 아니다. 라이프니츠의 꿈이 1936년 튜링의 논문에 실현되고, 튜링의 머릿속에 존재하던 종이테이프가 지금 내가 쓰고 있는 컴퓨터가 되고, 종이테이프 위의 알고리즘이 내가 리포트를 쓰고 있는 한글 프로그램이 되기까지 라이프니츠, 불, 칸토어, 힐베르트, 괴델, 튜링 등 위대한 수학자들이 200년이 넘도록 고뇌하는 과정에서 만들어진 역사적 산물이다.

튜링은 20대 초반에 괴델의 증명을 보면서 자기만의 방식으로 역사에 길이 남을 논문을 남겼다. 힐베르트는 당대의 선도적인 수학자들과 사귀기 위해 직접 독일의 수학의 중심지로 떠났다. 칸토어는 수학의 전통적인 분야에서부터 흥미를 가지기 시작하여 남은 일생동안 무한에 대한 연구를 놓고 자신을 가르친 스승 크로네커와 대립했다. 이들 전부는 학교에서 의무적으로 배운 교육만으로 자기 길을 찾은 게 아니다. 자신이 관심 있는 분야에서 당시에 무슨 일이 벌어지고 있는지 무엇이 화두인지 항상 관심을 가지고 있었고 적극적으로 찾았다. 수학의 흐름과 시대에 맞는 관심을 유지하고 있었기에 그 정도 열정을 보일 수 있었던 것이다. 그들이 수학의 역사를 크게 보지 못하고 수업시간에 주어진 문제들만 푸는 학생들이었더라면, 라이프

2) Ibid., p.212~213.
3) 장 라세구, 인공지능 창시자 튜링, 임기대 역, 동문선, 2003, p.151~156.

니츠가 아리스토텔레스로부터 내려오는 논리학의 흐름을 알아채지 못했더라면 수학의 이러한 발전은 기대하기 힘들었을 것이다.

학교에서 역사 과목만 가르칠 게 아니라, 과학사와 수학사, 철학사 등 인간의 추상적 사유가 어떻게 발전해왔는지를 가르쳐야 하는 게 바로 이 때문이다. 역사의 끝자락에 새로운 아이디어와 창조가 있는 법이다. 인간의 추상적 사유의 역사를 아는 것은 중요하다. 알아야 위대함을 느낀다. 사고의 발전에 대한 거대한 역사를 배우게 되면, 관심이 없던 사람은 조금이나마 관심이 생기고, 원래 관심이 있었던 사람은 새삼스럽게 압도당하면서 그 역사에 동참하고 싶어진다. 학문의 축적은 아름답다. 따로 따로 연구하던 그 긴 세월이 모여서 결국 마치 팀을 이뤄 만들어낸 것처럼 하나의 근사한 결과물을 내놓는다는 게 퍼즐 같기도 하고, 조상으로부터 물려받은 오래된 회중시계 같기도 하다.

역사를 바꾼 수학자들 중에는 젊었을 때부터 다양한 학문을 미리 접해본 학자들도 있으며, 수학자로 성공하고 나서도 다른 분야에 대한 관심을 멈추지 않은 사람들이 많다. 라이프니츠의 학사학위는 사실 아리스토텔레스의 형이상학이 주제였고, 석사학위는 철학과 법에 대한 것이었다. 이 법학을 다루면서 논리학에 대해 관심을 가지게 된 것이었다. 비슷하게도 괴델은 철학자들과 과학자들이 주축이 된 빈 서클에서 훗날 자신이 연구하게 될 주제에 대한 영감을 얻었고, 튜링은 훗날 자신의 연구결과를 적용할 수 있는 생물학에도 관심을 가졌다.

그러나 지금 우리나라 교육은 고등학교 2학년 때부터 문·이과를 철저히 나누어서 학생들을 가르치고 있다. 고작 만 16세일 뿐인데, 아직은 다양한 학문을 접해보는 게 훨씬 더 중요한 시기에 너무 미리 자신의 진로를 정하게끔 하고 있다. 미래의 수학자, 공학자들이 될지도 모르는 잠재적 인재들이 사회적 압박이나 일시적 유행 등에 의해 문과 상경계열로만 몰리고 있지는 않은지 스스로 반성해야 할 때다. 학생들은 자기소개서를 써서 전공예약으로 대학에 입학하기도 하고 수능을 쳐서 점수에 맞게 전공을 지원해서 들어오기도 하지만 사실상 학생들은 자기가 어디에 흥미를 가지고 있는지조차 잘 모르는 경우가 대부분이다. 자기가 무엇을 잘하고 무엇이 자기를 가슴 설레게 하는지 확인해볼 기회 자체가 없었기 때문이다. 나는 문과생이었기 때문에 고등학교 때 배울 수 있는 수학의 절반을 접해보지도 못했었는데, 대학에 와서 혼자 공부했던 삼각함수의 미적분과 자연로그, 기하와 벡터가 그렇게 재미있을 수가 없었다. 분자와 원자와 원소가 어떻게 다른지조차 모르던 내가 대학에 오고 나서야 처음 주기율표를 외우고 화학 공부를 하고 생물공부를 해봤는데, “이 과목들을 진작 접했더라면 나는 무슨 꿈을 꾸고 지금 대학에서 무엇을 공부하고 있었을까?”라는 질문을 내 자신에게 수없이 했었다. 고등학교까지의 문·이과 통합교육은 반드시 필요하다. 일단은 고등학교 때부터 다양한 학문을 접할 수 있는 여건을 만들어줘야 한다. 본인들의 성공적인 자아실현을 위해서도, 자신의 능력을 아직 발견할 기회가 없었던 미래의 학자들을 위해서도 말이다. 접해봐야, 일단은 알아야 흥미가 생기고 더 나아가서는 상상력이 생긴다.

앎은 한 사람의 익숙한 세상을 바꾼다. 작게는 이 컴퓨터 과목을 듣고 나서 관련된 책을 중앙도서관에서 여섯 권이나 빌린다거나 굳이 찾아서 보지 않던 공상과학 영화도 다운을 받아서 보게 되듯이, 한 과목만 들으면 되는 이과 핵심교양을 두 개나 신청해서 듣고, 컴퓨터공학 복수전공을 진지하게 고려해보고, 예전 같으면 쳐다보지도 않았을 C언어조차 충분히 도전할만한 가치가 있는 것이라 여겨지듯이, 결정의 기회가 다양해지고, 더 신중해지고, 견문이 넓어지게 된다. 앎은 다른 세계 하나를 이해하는 것과 같다. 더 이해하게 되면 생각할 거리가 많아진다.

세상을 보는 시각이 더 넓어지게 되면 그 전엔 생각해보지 못하던 것에 대해 많은 것들을 질문하게 된다. 그런 질문에 대해서 각자가 제일 자신있는 방식으로 대답하는 것이《수학자, 컴퓨터를 만들다》에서 볼 수 있는 위대한 수학자들의 발견이고, 물리학과를 졸업한 제임스 카메론의《터미네이터》시리즈와《아바타》이다. 컴퓨터 하나가 만들어지기 위한 200년의 역사는 현재 대한민국을 사는 우리에게 제안을 하고 있는 것이다. 인간의 추상적 사유의 큰 흐름인 수학사, 철학사, 과학사를 학생들에게 가르쳐보는 게 어떻겠냐고. 고등학교에서부터 문·이과 통합 교육을 실시하여 학생들이 조금 더 다양한 과목에 미리 노출되고 더 많은 고민을 스스로 해볼 수 있게 해서, 튜링처럼 학문에 확실한 한 획을 그을 수 있는 인재들을 길러보지 않겠냐고 말이다.