서희원

컴퓨터라는 도구는 특별하다. 컴퓨터가 등장하게 된 계기는 어찌 보면 우연한 발견 때문으로 보인다. 그러나 이러한 발견이 있기까지 기나긴 시간과 많은 이들의 노력이 필요했다. 라이프니츠는 인간의 논리적 추론을 기계로 풀 수 있는 일종의 계산으로 바꾸려는 꿈을 가지고 있었다. 조지 부울은 집합들의 대수식에 따라 논리적 추론을 표현하는 논리 대수를 발전시켰지만, 라이프니츠의 꿈을 완전히 실현하지는 못했다. 고틀로프 프레게에 이르러서야 일반 수학의 연역적 추론을 모두 포괄하는 발전된 논리 체계가 완전하게 제시되었다. 칸토어는 대각선 논법을 통해 무한집합의 크기를 비교하는 방법을 제시했고, 이는 만능 컴퓨터에 대한 앨런 튜링의 수학적 모델 형성에 큰 기여를 하였다. 1928년, 힐베르트는 국제수학자 회의에서 결정 문제, 즉 수리명제 자동판결 문제를 제시한다. 3년 뒤, 쿠르트 괴델은 힐베르트의물음에 대한 답을 내놓는데, 이는 힐베르트가 기대하던 결과와 정반대의 내용이었다. 앨런 튜링은 1935년 이러한 괴델의 증명에 관해 다루는 강의를 듣게 되었고 이를 다른 방식으로 증명해보려 시도한다. 이 때 증명을 실은 튜링의 논문에서 최초의 컴퓨터 청사진이 출현한다.

정말로 컴퓨터 말고는 '사람이 전해준 내용 그대로 하는 도구'가 세상에 하나도 없다고 할 수 있는 것인지 모르겠다. 또한, 라이프니츠가 추론 계산법을 확립하기 위해 만든 논리 연산의 전체 구성을 모르겠다. 프레게의 개념 표기법도 어떻게 사용할 지 잘 모르겠고 익숙하지 않다. 0과 1이 존재하는 대수식과 마찬가지인 부울식과 달리 프레게의 개념 표기법은 기호도 낯설고 해석의 순서도 헷갈린다. 칸토어의 대각선 논법이 '자연수 전체의 집합'과 '실수 전체의 집합'에 적용될 때 어떻게 적용되는지 모르겠다. 잠재적 무한, 가무한 그리고 완결된 무한, 실무한 이라는 개념이 정확히 어떤 차이인지 잘 모르겠다. 힐베르트가 1928년에 완전함을 보이라고 요구했던 '페아노 공리계'가 정확히 어떤 내용의 체계인지 모르겠다. 쿠르트 괴델이 불완전성 정리를 실제 어떻게 증명했는지 모르겠다. 앨런 튜링의 논문에 실제로 어떤 내용이 적혀있는지 모르겠다.

컴퓨터라는 기계는 너무나 놀랍다. 놀라운 부분은 단순히 컴퓨터라는 기계가 가진 능력에 대해서만 국한되지 않는다. 라이프니츠부터 해서 수학자들은 세상의 언어 표현, 추론 행위를 몇 가지 간단한 기호에 모두 담아내려고 노력했다. 각자 개개인의 수학자들 삶을 되짚어보면 사실 그럴듯한 가시적, 물질적인 성과를 충분히 얻은 사람이 있다고 보기 힘들다. 그러나 전체를 생각하면, 결국 이들이 있었기에 20세기에 컴퓨터라는 아이디어가 현실이 될 수 있었던 것이다. 만약에 이들의 연구가 '당장 도움되는 곳이 없다'는 이유로 쓸모없는 취급을 받고 천대받았다면 결과적으로 컴퓨터의 출현은 그만큼 늦춰졌을 것이다. 실제로 라이프니츠가 인간의 논리적 추론을 계산으로 모두 바꾸어 풀어내려는 원대한 계획을 세우고 추론 계산법을 열심히 연구하던 시기에, 사실 그의 경제적 후원자는 끊임없이 가계사 작성을 하라고 압력을 넣고 있었다. 라이프니츠가 조금만 더 여유가 있었다면 나중에 부울이 이뤄낸 것들을 자신이 먼저 해냈을지도 모르는 일이다. 이렇게 학자에게 단기적인 성과만을 쫓게 해서는 안 된다는 깨달음 말고 또한 컴퓨터가 만들어지기까지 공헌한 수학자들에 대한 존경심 역시 느끼게 된다. 특히 무한집합 간의 크기비교를 하고 대각선 논법을 만들어낸 칸토어는 그 전까지 이러한 연구가 없었기에 정말로 험난한 길을 걸어야만 했다. 이렇듯 힘겨운 길을 개척해나간 수학자들이 있었기에, 그리고 그들이 남들의 비난과도 같은 힘겨운 상황에도 굴하지 않고 꾸준히 자신의 길을 갔기에 오늘날의 컴퓨터가 있는 것이 아닌가 생각을 해본다.

1. 내가 알게 된 것

컴퓨터라는 도구는 특별하다. 우리가 일반적으로 사용하는 도구들은 보통 그 쓰임새가 미리 정해져 있다. 그러나 컴퓨터는 그렇지 않다. 컴퓨터는 인간이 프로그래밍 언어를 통하여 작성한 내용을 받아서 그대로 실행한다. 인간이 어떤 내용을 작성하는가에 따라서 컴퓨터가 할 수 있는 일은 그야말로 무궁무진하다.

컴퓨터가 등장하게 된 계기는 어찌 보면 우연한 발견 때문으로 보인다. 인류는 처음부터 컴퓨터라는 기계를 만들 생각으로 어떠한 연구를 진행하던 것이 아니었다. 인류가 하고자 하던 것은 어떤 기계를 발명하는 것이 아니라, 어떠한 체계 안에서 자체적으로 모든 수학 명제를 판단하고 참인 명제를 손쉽게 만들어내는 방법을 찾아내는 것이었다. 이를 향한 과정 속에서 갑작스레 컴퓨터라는 기계가 갖는 핵심구조와 원리가 드러나게 되었다.

그러나 이러한 발견이 있기까지 기나긴 시간과 많은 이들의 노력이 필요했다. 컴퓨터의 핵심 아이디어가 처음으로 확실하게 제시된 건 1936년 앨런 튜링의 논문에서였지만, 여기에 이르기까지 수학자들이 걸어온 발자취를 따라가면 17세기 독일의 라이프니츠까지 거슬러 올라가게 된다.

라이프니츠는 인간의 논리적 추론을 기계로 풀 수 있는 일종의 계산으로 바꾸려는 꿈을 가지고 있었다. 그는 인류가 지닌 모든 지식을 포함하는 일람표를 만든 뒤 기본이 되는 핵심 개념들을 선택하여 각각에 알맞은 기호를 부여할 수 있다면, 결국 연역법이 단순한 기호들의 조작으로 환원될 수 있다고 생각했다. 이 일련의 기호들의 조작을 라이프니츠는 추론 계산법이라고 불렀고, 이를 만들기 위해서 그는 많은 시도를 했다.

조지 부울은 집합들의 대수식에 따라 논리적 추론을 표현하는 논리 대수를 발전시켰지만, 라이프니츠의 꿈을 완전히 실현하지는 못했다. 부울은 낱말들에 대한 논리적 추론에서 중요한 것이 낱말에 의해 서술되는 개체들 모두의 집합이라는 점을 깨달았다. 그가 도입한 집합 간의 계산방법은 일반 대수에서의 계산과 유사했고, 이러한 '부울 대수'는 라이프니츠가 찾으려 했던 추론 계산법을 일부 마련해주었지만 표현하지 못하는 추론이 있는 등 완전하지 못했다.

고틀로프 프레게에 이르러서야 일반 수학의 연역적 추론을 모두 포괄하는 발전된 논리 체계가 완전하게 제시되었다. 프레게는 부울과는 달리 논리적 관계를 나타내기 위해 대수 기호를 사용하지 않고 자신이 만든 특수한 기호를 사용하였다. 또한 명제들을 연결하는 관계들이 개별 명제들의 구조를 해석하는데 도움이 될 것이라고 보아 자신의 논리학 기초를 정립하였으며 이러한 통찰은 현대 논리학의 기초를 형성하고 있다.

칸토어는 대각선 논법을 통해 무한집합의 크기를 비교하는 방법을 제시했고, 이는 만능 컴퓨터에 대한 앨런 튜링의 수학적 모델 형성에 큰 기여를 하였다. 그는 실수 집합이 자연수 집합과 일대일 방식으로 대응될 수 없고, 무한 집합은 적어도 두 가지 크기를 가진다는 사실을 증명하였다.

1928년, 힐베르트는 국제 수학자 회의에서 결정 문제, 즉 수리명제 자동판결 문제를 제시한다. 이는 프레게의 기호 논리학을 자연수에 대한 공리 체계에 적용한 '페아노 공리계'가 완전하다는 증명을 요구하는 것이었다. (완전하다는 것은 외부에서 볼 때 타당한 어떠한 논리식이라도 체계 내에서 처음 제시된 규칙들만 사용해서 내부적으로 도출될 수 있음을 의미한다.) 이 증명에 성공한다는 것은 수학에서 어떤 명제든 참과 거짓을 기계적으로 판명할 수 있게 되고, 또 모든 참인 명제를 기계적으로 쉽게 구해낼 수 있게 된다는 것을 의미했다.

3년 뒤, 쿠르트 괴델은 힐베르트의 물음에 대한 답을 내놓는데, 이는 힐베르트가 기대하던 결과와 정반대의 내용이었다. 괴델은 칸토어의 대각선 논법을 사용하여 불완전성 정리를 증명한다. 이에 따르면 페아노 공리계를 포함하여 모순이 없는 그 어떤 공리계 안에서도 참이지만 증명 불가능한 명제가 존재한다. 모든 수학 명제의 기계적인 판단은 불가능하다는 것을 알게 된 존 폰 노이만은 수학에서의 추론

과정을 기계적으로 가능하게 만들려던 힐베르트 프로그램이 종말을 맞이했다는 결론을 내렸다.

앨런 튜링은 1935년 이러한 괴델의 증명에 관해 다루는 강의를 듣게 되었고 이를 다른 방식으로 증명해보려 시도한다. 그는 튜링 기계라고 불리는 특별한 기계 장치를 가정하고 이를 통해 돌릴 수 있는 것만이 기계적인 방식이라고 정의했고, 대각선 논법을 이용하여 기계적인 방식만으로는 모든 사실을 만들어 낼 수 없음을 증명했다.

이 때 증명을 실은 튜링의 논문에서 최초의 컴퓨터 청사진이 출현한다. 튜링은 최초의 컴퓨터 설계도를 제시한 셈이고, 여기에 폰 노이만과 여러 논리학자, 공학자들의 노력이 더해지며 진공관을 이용한 최초의 컴퓨터가 제작된 것이다.

2. 내가 모르겠는 것

정말로 컴퓨터 말고는 '사람이 전해준 내용 그대로 하는 도구'가 세상에 하나도 없다고 할 수 있는 것인지 모르겠다. 애초에 '사람이 전해준 내용 그대로 하는 도구'면 전부 '컴퓨터'라고 부르기로 약속한 것이라고 볼 수도 있는 것인가? 이 부분이 나에게 있어 확실하지 않은 것 같다.

또한, 라이프니츠가 추론 계산법을 확립하기 위해 만든 논리 연산의 전체 구성을 모르겠다. 내가 참고한 책에는 전체가 아닌 일부 정의 및 공리, 명제만이 나와 있는데, 전체적으로 어떤 식으로 구성되어있는 연산 체계인지 알 수가 없다.

프레게의 개념 표기법도 어떻게 사용할 지 잘 모르겠고 익숙하지 않다. 0과 1이 존재하는 대수식과 마찬가지인 부울식과 달리 프레게의 개념 표기법은 기호도 낯설고 해석의 순서도 헷갈린다.

칸토어의 대각선 논법이 '자연수 전체의 집합'과 '실수 전체의 집합'에 적용될 때 어떻게 적용되는지 모르겠다. '자연수 전체'와 '자연수 부분 집합 전체'의 크기를 비교할 때, 또는 튜링 기계를 통해 불완전 성 정리를 증명할 때 적용하는 방법은 알겠는데 자연수 전체와 실수 전체는 어떻게 배치를 해야하는지 잘 모르겠다.

잠재적 무한, 가무한 그리고 완결된 무한, 실무한 이라는 개념이 정확히 어떤 차이인지 잘 모르겠다. 칸토어가 무한집합의 크기를 비교한 것을 설명하는 부분에서 나오는 단어인데 대략적으로 무한에 대한 다른 해석이라는 것만 알겠고 확실한 차이를 모르겠다.

힐베르트가 1928년에 완전함을 보이라고 요구했던 '페아노 공리계'가 정확히 어떤 내용의 체계인지 모르겠다. 프레게의 기호 논리학이 자연수에 대한 공리 체계에 적용된 결과물이라는 것은 알겠는데 결국 어떤 내용인 것인가? 자연수를 공리를 통해 정의한다는 게 어떻게 하는 것인지 사실 확실히 감이 오지 않는다.

쿠르트 괴델이 불완전성 정리를 실제 어떻게 증명했는지 모르겠다. 전체 증명 과정을 보고 이해하는 것이 무리라고 해도 최소한 핵심 줄기가 되는 아이디어가 어떠한지는 가감없이 확인해보고 싶다.

앨런 튜링의 논문에 실제로 어떤 내용이 적혀있는지 모르겠다. 대략적으로 논문의 전체 흐름은 알고 있지만 원문은 확인하지 못했다. 교재에도 원문이 읽을 수 있게 실려 있지는 않다. 특히 앨런 튜링이 '기 계적인 방식'을 정의하는 과정을 좀 더 생략 없이 읽어보고 싶다.

3. 내가 느낀 것

컴퓨터라는 기계는 너무나 놀랍다. 무슨 일을 할 지 정해져 있지 않고, 인간이 정해진 언어를 통해 할일을 정해줄 수 있는 기계라니. 이미 오늘날의 우리들은 이러한 결과물에 너무 익숙해져버렸다. 그러나기나긴 인류 역사에 비해 이 특별한 도구가 존재한 기간은 비교적 정말 짧은 것 같다. 당장 컴퓨터가처음으로 나온 지 아직 1세기도 지나지 않았다. 1세기 전의 사람들은 현재의 '컴퓨터'라는 기계를 상상이나 할 수 있었을까?

놀라운 부분은 단순히 컴퓨터라는 기계가 가진 능력에 대해서만 국한되지 않는다. 컴퓨터라는 보편 만능의 기계가 개발되기까지 수학적으로 중요한 이론과 발견, 증명이 계속해서 쌓여왔다. 중요한 것은, 그러한 성과들 하나하나는 '컴퓨터 개발' 이라는 대목표를 가지고 성취된 것이 아니라는 점이다. 이것이 정말 놀라운 부분이라고 생각한다.

라이프니츠부터 해서 수학자들은 세상의 언어 표현, 추론 행위를 몇 가지 간단한 기호에 모두 담아내려고 노력했다. 그들은 실용적인 목표만을 염두에 둔 채 연구에 임한 것이 아니었다. 순수한 학문적 욕구와 호기심, 그리고 진리를 손에 잡으려는 열망이 그들을 이끌었다.

각자 개개인의 수학자들 삶을 되짚어보면 사실 그럴듯한 가시적, 물질적인 성과를 충분히 얻은 사람이 있다고 보기 힘들다. 컴퓨터가 나오기까지의 성과들 각각을 떼어놓고 하나씩 살펴보면 그렇게 정말중대한 성과라고 하기도 어렵다. 어떤 연구는 정말로 '그냥 하고 싶었기에' 시작되었고, 그 결과 사소하다고 할 수도 있는 성과 몇 가지만 인류에 남겨졌을 뿐이다.

그러나 전체를 생각하면, 결국 이들이 있었기에 20세기에 컴퓨터라는 아이디어가 현실이 될 수 있었던 것이다. 소중한 성과들은 꼬리에 꼬리를 물고 이어져 결국 우리가 이렇게 컴퓨터로 온갖 일을 할 수 있는 오늘에까지 이어졌다. 어떻게 보면 그런 의미에서 튜링이 컴퓨터의 청사진을 내놓게 된 것은 우연이 아닌 필연이었을 지도 모른다.

만약에 이들의 연구가 '당장 도움되는 곳이 없다'는 이유로 쓸모없는 취급을 받고 천대받았다면 결과적으로 컴퓨터의 출현은 그만큼 늦춰졌을 것이다. 이것은 우리에게 생각해볼 거리를 준다. 일반적으로 말해, 수학자나 과학자 본인이 경제적으로 여유가 없는 상태에서, 재정적 지원자들이 당장 눈에 보이는 성과가 존재하는 연구만 할 것을 강요하고, 수학자나 과학자가 어쩔 수 없이 여기에 따른다면, 당장에야 눈에 보이는 이득이 있겠지만 이는 장기적으로 막대한 손실일 수 있다는 것이다.

실제로 라이프니츠가 인간의 논리적 추론을 계산으로 모두 바꾸어 풀어내려는 원대한 계획을 세우고 추론 계산법을 열심히 연구하던 시기에, 사실 그의 경제적 후원자는 끊임없이 가계사 작성을 하라고 압력을 넣고 있었다. 그는 자유롭지 못했고, 결국 추론 계산법에 있어 주목할 만한 발전이나 성과를 이루어내지 못했다. 라이프니츠가 만약 가계사 따위에 얽매이지 않고 충분한 여유를 가질 수 있었다면, 그래서 추론 계산법에 많은 시간을 투자할 수 있었다면, 어떻게 되었을까?

라이프니츠가 조금만 더 여유가 있었다면 나중에 부울이 이뤄낸 것들을 자신이 먼저 해냈을지도 모르는 일이다. 그렇다면 결과적으로 먼 훗날, 컴퓨터라는 기계가 처음 출현하는 시기 역시 앞당겨졌을지도 모른다. 이렇게 생각해보면 아쉬움이 느껴지기도 하지만, 이미 지나간 역사를 아쉬워하는 것은 의미 없다. 대신 우리는 앞으로 비슷한 경우가 있을 때 어떤 것이 옳은 것일지를 잘 생각해볼 필요가 있다.

이렇게 학자에게 단기적인 성과만을 쫓게 해서는 안 된다는 깨달음 말고도 또한 컴퓨터가 만들어지기까지 공헌한 수학자들에 대한 존경심 역시 느끼게 된다. 위에서는 사소한 성과라고도 하긴 했지만 그래도 그러한 어떤 결과물을 내놓을 때까지 그들은 오랜 시간 고민하고 자신의 이론을 고쳐가면서 아직 밝혀지지 않은 곳을 한걸음씩 내딛었던 것이다. 이미 누군가 알아낸, 알려진 것을 익히기는 쉽다. 그러나이들은 남들이 아직 가지 않은 길, 알려지지 않은 무엇인가를 알아내기 위해 노력했다.

특히 무한집합 간의 크기비교를 하고 대각선 논법을 만들어낸 칸토어는 그 전까지 이러한 연구가 없었기에 정말로 험난한 길을 걸어야만 했다. 그는 사실상 무한을 다루는 새로운 방법론을 혼자서 개척해야 했으며, 연구 도중에도 자신의 스승이었던 크로네커를 포함하여 많은 이들에게 공격받았다.

이렇듯 힘겨운 길을 개척해나간 수학자들이 있었기에, 그리고 그들이 남들의 비난과도 같은 힘겨운 상황에도 굴하지 않고 꾸준히 자신의 길을 갔기에 오늘날의 컴퓨터가 있는 것이 아닌가 생각을 해본다.