‘모델링이 주는 패러다임 : 학문은 불규칙하게 전진한다.’

수학교육과 박세준

내용 정리

라이프니츠는 미적분을 생각해낸 사람으로 위대한 수학자이다. 비록 뉴턴과 거의 동시에 발견함으로써 불필요한 논쟁을 하였지만, 현대에 와서 그는 명실상부한 위대한 수학자 중 한 명이다. 이러한 라이프니츠는 어렸을 때 아리스토텔레스의 논리학에 매료되었고, 개념을 표현하는 원소들인 기호(symbol)의 중요성을 강조해왔다. 그가 사용했던 미적분의 기호를 보면 알 수 있듯이 그가 만들어낸 기호는 굉장히 실용적이다. 그러나 그는 실제 기호 체계 이상의, 즉 보편 기호 체계를 생각해내고자 하였으며 현대에 와서 기호 논리학이라 불리는 추론 계산법을 연구해나갔다. 라이프니츠는 추론을 일종의 계산으로 바꾼다는 혁신적인 목표를 가지고 있었다. 다시 말해서, 그의 논리 연산과 그것이 추구하는 방향은 백년 이상을 뛰어넘은 위대한 산물이었다.

라이프니츠가 생각한 논리 연산을 실현시키기 위해 연구했던 수학자로 불이 있다. 불은 현대에서 불 대수, 불 논리로 일컫는 개념을 발상한 수학자이다. 불은 가난한 어린 시절을 이겨내고 수학을 연구하게 되는데 그는 미분 연산자라 하는 것에 관심이 많았다. 이런 와중에 그의 친구 드 모르간과 해밀턴의 논쟁이 일어나면서 불은 논리적 관계들이 대수로 표현될 수 있는지에 대해 생각하게 된다. 그는 논리적 추론에서 중요한 것이 집합임을 깨닫고 집합을 기호화시켰다. 또한, 그는 집합의 연산을 대수와 유사하게 나타내어 덧셈과 곱셈으로 합집합, 교집합을 표현하였다. 그는 0과 1은 각각 공집합과 전체집합으로 생각하여 기본적인 법칙들을 만들어내었다. 그의 기호는 일상생활의 예에서도 결과를 도출해내는 기능이 가능하며 이렇게 추론을 불 대수로서 표현할 수 있음을 통해 더 복잡한 추론도 가능할 것이라 생각하게 해주었다. 그러나 안타깝게도, 불 대수는 그 자체로 너무 단순하여 라이프니츠의 꿈인 보편 기초 체계에는 부족함이 많았다.

이러한 부족함을 해소한 수학자는 프레게이다. 프레게는 우익의 측면이 나타난 사람이지만, 그의 연구는 이러한 사상의 문제와 전혀 관련이 없다. 그는 불과 달리 대수가 논리학을 기반으로 하는 학문이라는 생각을 하였다. (이러한 생각은 현대에 들어서도 같다.) 그는 모든, 어떤 등의 추상적인 표현을 논리 기호로 표현하였고, 나아가 논리적 관계를 나타내는 기호 또한 도입하게 되었다. 그는 거의 새로운 논리언어를 만들었다고 볼 수 있다. 그러나 이러한 과정에서 일반적인 원소와 예외적인 원소의 개념이 나타나게 되었고, 여기에서 발생한 모순을 수학자 러셀이 제기하였다. 러셀이 발견한 모순에 의해 프레게의 체계는 무너지게 된다. 그러나 본래 프레게의 체계는 라이프니츠의 꿈을 완전히 이룰 수 있는 체계는 아니었다. 프레게의 논리학으로는 서술에 있어서 너무 복잡하기 때문이다.

한편, 칸토어는 무한에 대해 연구하면서 무한 집합의 크기를 비교할 수 있다는 주장을 폈다. 여기서 나온 아이디어가 그 유명한 대각선 방법이다. (이 방법은 후에 튜링이 괴델의 불완전성원리를 증명하는데 이용하기도 한다.) 이러한 아이디어 속에서는 그는 연속체 가설 등의 문제들을 직면하는 등 다른 이들과 다른 영역을 연구하였다. 그의 연구는 모두를 당혹시킨 러셀의 역설 “모든 집합의 집합은 존재할 수 있는가?”를 절대 무한으로서 설명하였다. 그러나 정확한 논리의 결과물이라 보기는 어려움이 있었다.

그리고 수학을 주제로 한 가장 큰 프로젝트를 힐베르트가 연구해나가기 시작했다. 힐베르트는 고르단의 추측을 해결하면서 최고의 수학자의 반열에 올랐고, 그는 수학의 공리계를 재검토하며 대대적인 보수작업을 시작한 것이다. 그는 대수 등을 넘어 기하학의 재구성을 진행하였다. 그는 유클리드의 고전적 공리들의 문제점을 해소시키는 새로운 공리들의 집합을 내놓는 등 갖가지 노력을 하였다. 그는 몇 가지 공리계로서 수학을 이루는 ‘무모순성’을 요구하였다. 이 요구가 지닌 차이점은 환원방식인 당시까지의 ‘무모순성’증명을 넘어선다는 것이었다. 이러한 과정에서 칸토어, 러셀 등의 연구를 사이에 두고 힐베르트와 반대하는 수학자들(브로우웨르, 베일 등)의 의견이 부딪혔다. 힐베르트에게 반대자들이 내세우는 문제점은 해결해야 하는 과제였고, 그는 메타수학이라는 특수한 체계를 만드는데 이른다. 그러나 여전히 그의 문제는 산술의 무모순성이었고, 그의 제자 폰 노이만, 아커만과 함께 완전한 체계를 만들어나가는데 노력을 하고 있었다. 그러나 힐베르트 결정 문제로부터 나타난 요구된 증명은 논리학자 괴델이 해결하였는데, 이는 힐베르트 체계의 붕괴를 뜻하였다.

괴델은 힐베르트의 두 번째 문제를 풀어내려 노력하였다. 그는 강력한 체계의 무모순성을 PA(페아노 산수)의 무모순성으로 환원하고자 한 것이다. 그러나 그는 이 두 번째 문제에서 요구했던 것을 풀지 못했다. 그러나 그는 그것이 증명되지 못함을 증명할 수 있었다. 그는 체계들은 외부에서 보았을 때는 사실이지만 내부에서 증명되지 못하는 참인 명제들의 존재를 알아차렸고, 이로 인해 힐베르트의 논리 체계를 완성할 수 없었다. 그는 칸토어의 대각선 방법을 이용하여 명제 U를 표현하였으며 이러한 U에 의해 PM을 비롯한 많은 체계들의 모순성을 증명할 수 있게 되었다. 이러한 증명에서, 괴델은 현대의 프로그래밍과 유사한 작업들을 통하게 되었다.

결국 Computer를 잘 모델링 시킨 것은 튜링의 논문이다. 튜링은 힐베르트 결정 문제를 대학에서 듣게 되었는데 그 역시 이 문제를 괴델과 다른 방식으로 어떻게 풀지 생각하게 되었다. 그리고 그가 생각한 것이 바로 Turing Machine이다. 그의 연구에서 이것은 단지 보조 개념에 불과했지만 이는 실로 대단한 발명이었다. 튜링 역시 괴델의 불완전성 원리를 칸토어의 대각선 방법을 이용하여 해결하였는데, 그는 Halting Set이라는 것(실행하면 나중에 멈추게 되는 튜링 기계들의 집합)을 도입하여 풀어냈다.

찰스 배비지, 에이다 러블레이스 등을 거쳐서 단순한 계산을 하는 장치에 불과했

던 컴퓨터는 점차 기능이 확대되었다. 무어 연구소에서는 ‘에니악’을 개발하고 있었는데, 이러던 중에 존 폰 노이만이 투입되어 ‘에니악’을 완성하였고, 바로 ‘에드박’을 만드는 연구를 시작하게 되었다. 그는 이 ‘에드박’이 튜링 보편 기계의 물리적 모델이라 제안하였고, 여기서 ‘기억 장치’의 능력을 가지게 되었다. 폰 노이만에 의해서 ‘에드박’은 그 외에도 2진법을 채택하고 논리적 제어를 실행하는 등 몇 가지 능력을 향상시킬 수 있었다. 튜링은 ACE를 개발하였는데, 두 수학자의 특성에서 드러나듯이, 만능 보편 기계를 원했던 ‘에드박’과는 달리 최소주의를 원칙으로 하여 방식의 최소함을 목표로 하였다. 또한, 존 폰 노이만과 달리 튜링은 프로그래밍의 중요성을 강조하였다.

그리고 어느덧 컴퓨터의 발전은 현대에 이른다. 인간 체스 챔피언을 이긴 컴퓨터 ‘딥 블루’가 나타났고, 마치 이제 기계가 인간을 뛰어넘을 수 있을 것 같다. 그러나 이러한 판단은 마치 라이프니츠, 불, 프레게 등이 자신의 연구가 이와 같은 기계 장치로 발전할 것이란 예상을 못한 만큼 훨씬 신중해야 할 것이다.

느낀 점

'수학자, 컴퓨터를 만들다.'는 문구와 튜링의 인생에서 볼 수 있듯이 컴퓨터는 수학으로부터 시작되었고, 그것도 순전히 수학 문제를 푸는 과정에서 생겨난 부품에 불과하다. 이러한 점에서 수학이 컴퓨터공학을 우연히 깨웠음을 알 수 있다. 그러나 이러한 컴퓨터공학은 무한한 가능성을 열어두고 있고, 이는 아이러니하게도 발전이 침체되어있는 자연과학에서 나온 하나의 산물이다.

나는 이러한 점이 꽤나 인상 깊었는데, 다시 말해서 컴퓨터 공학이 실제로는 거대한 수학이라는 학문의 부속품으로부터 출발했다는 사실은 실로 놀라웠다. 내가 생각하기에는 수학은 '모델링의 학문'이다. 단순히 문제를 해결하기 위해 만드는 장치로서의 모델링을 넘어 하나의 개념을 잘 모델링하여 어떻게 다음 단계로 전진할 수 있는가가 수학의 주요 관심사일 것이라 생각한다. 그런데 책을 통해 본 컴퓨터의 발전은 더할 나위 없이 내가 생각한 수학의 목표에 충분한 모범사례이다. 책을 읽을수록 나타나는 컴퓨터라는 개념의 뚜렷함은 너무나도 감명을 받아서 수학의 무한함과 위대함까지도 느낄 수 있었던 것 같다.

그러나 이 책에서는 컴퓨터 공학 자체의 무언가를 느끼기에는 다소 어려움이 있었던 것이, 컴퓨터의 작동 원리나 부품을 작동할 수 있는 기술 등에 대해서는 언급이 없었거나 매우 적었다. 컴퓨터의 역사를 다뤘지만 오히려 수학의 중요성에 더 큰 비중을 두었다는 점은 한편으로는 아쉬운 느낌이었다. 그러나 이 책이 말하는 예측되지 못한 방향성에 대한 관점을 생각해보면 저자는 수학이 발전하는 역사에서 예상치 못하게 나타난 보편 기계의 발전을 말하고자 하였을지도 모른다는 생각을 갖게 되었다.

어쨌든 현대에 들어서는 이러한 모델링의 전진이 이제는 걷잡을 수 없는 속도로 빨라졌다. 그래서 더욱 앞으로의 발전 방향을 예측하는 것은 어렵고, 세분화되었다. 그러나 수학은 여전히 우리는 라이프니츠, 불, 힐베르트의 시대를 사는 것처럼 무언가를 창조해낼 수 있는 부각되지 못한 개념의 여부를 검토해야 할 것이다. 이것이 전혀 구시대적인 시도라 생각되지 않는 것은 아마 이 책의 영향이다. 연구 방향의 불확정성은 이러한 시도의 가치를 드높여주는 요소임에 틀림없기 때문이다. 또, 이러한 시도의 좋은 점은 수학이라는 베이스로부터 확실한 개념을 보장받기 때문이다. (괴델의 불완전성원리에 따라 수학은 약간의 결함을 가지고 있으나 이는 하나의 응용 분야의 학문을 세우는 데는 전혀 부족함이 없을 것이다.) 또한 컴퓨터 공학은 이 학문 특유의 무한한 가능성을 끌어올림과 동시에 수학과 같이 어떠한 개념을 만들어낼 수 있는지는 검토해야 할 것이라 생각되었다.

이러한 점에서 근래에 부각되는 '융합'적인 학문은 매우 바람직한 현상이라 생각된다. 물론 이 책과 내 생각의 맥락에 따르면 융합에 억매여 진행하는 것이 아니라 그러한 사고의 전환을 할 수 있다는 가능성을 불어넣어준다는 것이 중요하다. 융합

열풍으로 새로운 개념의 시작을 지향하는 움직임이 생긴다면 이에 따른 파급력은 어마어마할 것이라 기대된다.

앞에서 나는 수학의 무한함과 위대함에 대한 어떠한 강렬함을 받았다고 언급했다. 이러한 강렬함은 모든 개념의 시작은 우연한 시도로부터 존재한다고 생각한데서의 일종의 희열일 것이다. 그러나 경계할 점은, 여기에 앞으로 어떤 방향이 될지 예측하는 것은 불필요한 사족을 붙이는 것이다. 이러한 사족은 오히려 우연한 시도조차를 허용하지 않는 선입견을 만들어낼 것이기 때문이다. 그러나 우리는 이러한 예측의 불필요함과 신중함에서 분명한 것을 얻을 수 있다. 모두가 자신의 분야에서 자신의 창조성을 최대한으로 끌어올리면서 개척자적인 연구 방향을 택한다면 어떠한 방향성을 가질지는 알 수 없겠지만, 훨씬 더 다양한 분야가 탄생할 것이고 이는 컴퓨터 공학의 발생과 같이 끝없는 모델링의 전진으로 이끌 것이라는 점이다.