

Exam 1
SNU 4541.664A Program Analysis
Fall 2008

Prof. Kwangkeun Yi

11/05/2008 (3 hours)

Problem 1 (20점) 요약해석(abstract interpretation) 프레임워크에 따라 안전한 프로그램 정적분석(static analysis)을 디자인하는 과정을 논하라. 디자인 과정에서 무엇을 확인/증명해야 하는지를 명확히 설명하라.

Problem 2 (5점) 두 CPO A 와 \hat{A} 가 갈로아 연결

$$A \xrightleftharpoons[\alpha]{\gamma} \hat{A}$$

되어 있다는 것의 정의는?

Problem 3 (10점) $2^A \xrightleftharpoons[\alpha_1]{\gamma_1} \hat{X}$ 이고 $2^B \xrightleftharpoons[\alpha_2]{\gamma_2} \hat{Y}$ 이면,

- $2^{A \times B}$ 를 $\hat{X} \times \hat{Y}$ 로 다음과 같이

$$\alpha = \lambda S. \langle \alpha_1 \{a \mid \langle a, - \rangle \in S\}, \alpha_2 \{b \mid \langle -, b \rangle \in S\} \rangle$$

요약가능하다. 갈로아 짝 γ 를 정의하고, 갈로아 연결임을 보이라.

- 2^{A+B} 를 $\hat{X} \times \hat{Y}$ 로 다음과 같이

$$\alpha = \lambda X. \langle \alpha_1 \{a \mid a \in X, a \in A\}, \alpha_2 \{b \mid b \in X, b \in B\} \rangle$$

요약가능하다. 갈로아 짝 γ 를 정의하고, 갈로아 연결임을 보이라.

Problem 4 (20점) 다음의 정수식 프로그래밍 언어를 타겟으로 하는 요약 해석기를 정의하려고 한다.

$$\begin{aligned} e ::= & n \quad (n \in \mathbb{Z}) \\ & | e + \\ & | e \text{ div } e \end{aligned}$$

div는 정수 나누기이고, 0으로 나누게되는 식의 결과값은 0이 된다. $n+$ 는 n 보다 1이 큰 정수이다.

요약공간을 만드는 갈로아 연결

$$2^{\mathbb{Z}} \xleftrightarrow[\alpha]{\gamma} \{\perp, 0, \neq 0, > 0, < 0, \top\}$$

을

$$\begin{aligned} \alpha\emptyset &= \perp \\ \alpha\{0\} &= 0 \\ \alpha X &= \neq 0 \quad \text{if } \forall x \in X : x \neq 0 \\ \alpha X &= > 0 \quad \text{if } \forall x \in X : x > 0 \\ \alpha X &= < 0 \quad \text{if } \forall x \in X : x < 0 \\ \alpha X &= \top \quad \text{otherwise} \end{aligned}$$

로 했다. 안전한 \dagger 와 안전한 div 를 정확도가 가장 떨어지지 않게 정의하라.

Problem 5 (15점) 아래와 같은 변수가 있는 정수식언어를 생각하자.

$$\begin{array}{l} E \rightarrow n \quad (n \in \mathbb{Z}) \\ | \quad x \quad \text{변수} \\ | \quad E + E \\ | \quad - E \\ | \quad \text{let } x \ E_1 \ E_2 \quad \text{지역 변수} \\ | \quad \text{if } E_1 \ E_2 \end{array}$$

if문의 의미는 조건식 E_1 이 0이면 0, 아니면 E_2 의 값이다.

모든 의미(collecting semantics) 함수 \mathcal{V} 는 아래와 같은 공간에서

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &\in \text{Exp} \rightarrow 2^{\text{Env}} \rightarrow 2^{\mathbb{Z}} \\ \Sigma &\in 2^{\text{Env}} \\ \sigma &\in \text{Env} = \text{Var} \xrightarrow{\text{fin}} \mathbb{Z} \end{aligned}$$

조립식으로 정의될 것이다. 정의하라. 의미공간 2^S 는 집합 S 의 부분집합들의 집합이고 \subseteq 이 \sqsupseteq 인 CPO이다.

Problem 6 (30점) 위의 언어에서, 요약된 의미함수 $\hat{\mathcal{V}}$ 는 다음의 공간에서

$$\hat{\mathcal{V}} \in \text{Exp} \rightarrow \hat{\text{Env}} \rightarrow \hat{\mathbb{Z}}$$

정의되고, 의미공간 사이의 갈로아 연결

$$2^{\text{Env}} \rightarrow 2^{\mathbb{Z}} \xleftrightarrow[\alpha]{\gamma} \hat{\text{Env}} \rightarrow \hat{\mathbb{Z}}$$

은 각 부품의 갈로아 연결

$$2^{Env} \xleftrightarrow[\alpha_1]{\gamma_1} \hat{Env} \quad \text{와} \quad 2^{\mathbb{Z}} \xleftrightarrow[\alpha_2]{\gamma_2} \hat{\mathbb{Z}}$$

를 가지고 안전하게 정의될 수 있다.

요약된 연산자들

$$\begin{aligned} \dagger &\in \hat{\mathbb{Z}} \times \hat{\mathbb{Z}} \rightarrow \hat{\mathbb{Z}} \\ \hat{\cdot} &\in \hat{\mathbb{Z}} \rightarrow \hat{\mathbb{Z}} \\ \cdot\{x \mapsto \cdot\} &\in \hat{Env} \times \hat{\mathbb{Z}} \rightarrow \hat{Env} \quad (\text{환경 변경}) \end{aligned}$$

은 실제 $+$, $-$, $\cdot\{x \mapsto \cdot\}$ 을 안전하게 요약한 함수들이다.

이 연산자들을 이용해서 안전한 요약 의미함수를 정의하고 안전함을 증명하라.